PROVA DE MATEMÁTICA II

01. O valor numérico de $512^{\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots}}}}}}$ **é igual a**

A) 256
B) $\sqrt{2+\sqrt{2}}$
C) $16\sqrt{2}$
D) $8\sqrt{2}$
E) $\frac{16}{\sqrt{2}}$

02. Uma das raízes da equação $5x^3 - 20x^2 - 55x + 150 = 0$ **é igual a 2. É CORRETO afirmar que**

A) a soma das outras duas raízes é igual a 8.
B) o produto das outras duas raízes é igual a 15.
C) a raiz quadrada da soma das três raízes é igual a 2.
D) a equação possui raízes repetidas.
E) não existem outras raízes para a equação.

03. Em uma mesa de bar, havia 15 pessoas. Após receberem a conta cujo valor foi de R$ 157,50, o garçom sugeriu dividi-la igualmente entre as 15 pessoas da mesa, contudo os rapazes não deixaram que as moças presentes na mesa pagassem nenhuma parte da conta. Sabendo-se que, devido a essa gentileza, cada um deles precisou desembolsar R$12,00 a mais do que gastaria, se a conta fosse dividida igualmente entre todos (incluindo as mulheres), é CORRETO concluir que

A) havia mais homens que mulheres na mesa.
B) havia um homem a menos que a quantidade de mulheres na mesa.
C) cada homem na mesa teve de desembolsar exatamente R$ 10,50 para pagar a conta.
D) se a conta fosse igualmente dividida entre todos, a parte da conta que as mulheres pagariam seria menor que a parcela da conta paga pelos homens.
E) o valor pago por cada homem, se a conta fosse dividida somente entre eles seria igual ao dobro do valor pago por cada um, se a conta fosse igualmente dividida entre todos na mesa.

04. Em uma urna, são colocadas, uma a uma, bolas, todas contendo (cada uma exatamente uma vez) dezenas de 00 a 99. Supondo um sorteio honesto e sem repetição de 6 dessas bolas, a probabilidade de todas as 6 dezenas sorteadas serem números pares é

A) exatamente de 50%.
B) menor que 2%.
C) estritamente maior que a probabilidade de todas as dezenas sorteadas serem números ímpares.
D) maior que a probabilidade de alguma das dezenas sorteadas serem um número ímpar.
E) maior que a probabilidade de sortear exatamente uma dezena par dentre as seis sorteadas.

05. No primeiro dia de um experimento laboratorial, exatamente uma gota de uma dada substância é acrescentada a um balão de ensaio inicialmente vazio. Nos dias seguintes, a cada dia é acrescentada exatamente uma gota a mais que o dobro do número de gotas do dia anterior (por exemplo, no 2º dia, serão adicionadas 3 gotas). Ao final do 10º dia, terão sido acrescentadas, ao todo, exatamente

A) 1043 gotas.
B) 2086 gotas.
C) 1023 gotas.
D) 2046 gotas.
E) 2036 gotas.

06. Sabendo-se que o sistema $\begin{cases} x + y = 1 \\ y + z = 0 \\ x + mz = n \end{cases}$ **é possível e indeterminado e que** m **e** n **são números reais, é CORRETO afirmar que o valor de**

A) m é igual a -1, e o valor de n pode ser qualquer número real.
B) n é igual a 1, e o valor de m pode ser qualquer número real.
C) m é igual a -1, e o valor de n é igual a 1.
D) m é igual a zero, e o valor de n é igual a 1.
E) m é igual a 1, e o valor de n é igual a -1.

07. Sabendo-se que $\dfrac{5x^2 - x + 2}{(x^2 + 2)(x - 1)} = \dfrac{Ax + B}{x^2 + 2} + \dfrac{B}{x - 1}$ **para quaisquer valores reais da variável** x **diferente de 1 e que** A **e** B **são ambos números reais, é CORRETO afirmar que**

A) $A + B = 5$
B) $A - B = 5$
C) $B - A = 2$
D) $A + B = 0$
E) $A - B = 2$

08. Considere um quadrado de lado $2a$**. Unindo os pontos médios de 3 lados consecutivos desse quadrado, obteremos um triângulo cuja área é igual a**

A) $4a^2$
B) $\dfrac{a^2}{2}$
C) $2a^2$
D) a^2
E) $\sqrt{2}\dfrac{a^2}{2}$

09. Sejam A **e** B **pontos no plano** OXY **de coordenadas, respectivamente iguais a** $(2,-3)$ **e** $(1,-1)$**. Se** r **é uma reta paralela à mediatriz do segmento** $\overline{AB}$ **e intercepta o eixo** y **no ponto** $(0,3)$, **então uma equação cartesiana para reta** r **é**

A) $x = 2y$
B) $x - 2y + 6 = 0$
C) $2x - y + 6 = 0$
D) $y = x + 3$
E) $y = 2x + 3$

10. Dada uma reta no plano OXY **de equação** $mx + 2y = 6$ **com** $m \neq 0$ **real, represente, respectivamente, por** P **e** Q **as intersecções desta reta com os eixos** OX **e** OY**. Sabendo-se que a área do triângulo** ΔOPQ **é igual a 12, então o valor de** m **é**

A) 3/4
B) 4/3
C) 4
D) 2
E) 8

Nas questões de 11 a 14, assinale, na coluna I, as afirmativas verdadeiras e, na coluna II, as falsas.

11. Para qual dos valores de x indicados abaixo vale a identidade?

$$\frac{1}{2}\cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}\,\text{sen}x = 1$$

I	II	
0	0	$\frac{\pi}{6}$
1	1	$\frac{5\pi}{3}$
2	2	$\frac{\pi}{3}$
3	3	$\frac{7\pi}{6}$
4	4	$\frac{11\pi}{6}$

12. Considere os polinômios da forma $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$ com coeficientes $a_0, a_1, \cdots, a_n$ reais. Analise, classifique cada afirmação e conclua.

I	II	
0	0	Se o polinômio acima possui grau zero, então ele é identicamente nulo.
1	1	Se dois polinômios da forma acima possuem ambos grau par diferentes, sua soma possuirá também grau par.
2	2	Se o grau do polinômio acima for 3, então ele admite, necessariamente, três raízes reais.
3	3	Se o polinômio acima admite zero como raiz de multiplicidade dois, então, necessariamente, a_0 e a_1 são ambos nulos.
4	4	Se o polinômio acima for dividido pelo polinômio $(x - b_1)(x - b_2)$ no qual, ambos, b_1 e b_2, são números reais, então o resto da divisão possuirá a forma geral Ax + B com A e B, sendo ambos números reais.

13. Considerando o plano cartesiano OXY, classifique cada afirmação e conclua.

I	II	
0	0	Três pontos A, B e C neste plano, necessariamente, determinam um triângulo.
1	1	Representando um ponto (a, b), no plano cartesiano, pelo número complexo $z = a + bi$ (a e b reais e $i = \sqrt{-1}$), então a equação complexa $\mid z \mid\mid \bar{z} \mid = 1$ (na qual $\bar{z}$ representa o conjugado complexo do número z) corresponde, no plano cartesiano, ao gráfico de duas retas, interceptando uma a outra na origem.
2	2	Dentre todos os triângulos retângulos de mesma hipotenusa real $a > 0$, os isósceles são aqueles cujo interior delimitam a maior área.
3	3	A área da coroa circular onde os raios guardam uma razão igual a $\sqrt{3}$ é, necessariamente, igual a πR^2 onde R é o raio do disco maior.
4	4	O comprimento determinado pela corda resultante da intersecção da reta, de equação $x + y = 2$ no plano cartesiano com a circunferência de equação cartesiana neste mesmo plano $x^2 + y^2 = 4$ sobre esta mesma circunferência é igual a $\sqrt{2}$

14. Considere S={a_1,a_2,...} uma sequência de números reais em progressão aritmética. Analise cada afirmação e conclua.

I	II	
0	0	Uma vez que a sequência já está em progressão aritmética, não há como estar, também, em progressão geométrica.
1	1	Como a sequência está em progressão aritmética, necessariamente, ela deve ser crescente e não pode ser constante.
2	2	Se a sequência possuir 6 ou mais termos, então o resultado da subtração dos termos a_2 e a_1, em módulo, é igual à subtração dos termos a_6 e a_5.
3	3	Na condição de S ser uma sequência em progressão aritmética e, também, de ser uma sequência estritamente crescente, então, necessariamente, a_1 é um número positivo.
4	4	Na condição de S ser uma sequência em progressão aritmética e, também, de ser uma sequência estritamente crescente, então, necessariamente, sua razão r é um número positivo.